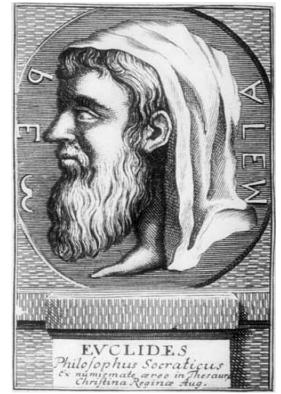


**CONCURSUL REGIONAL DE MATEMATICĂ „EUCLID”
Focșani, 3 iunie 2017**



Clasa a V – a

Subiecte, soluții și barem de corectare

SUBIECTUL I

- a) Fie numărul natural $c = 10^{2018} + 4 \cdot 10^{2017} - 59$.
Verificați dacă numărul c este număr prim.
- b) Știind că $\overline{ab} = c + 11$, arătați că numărul \overline{abc} , scris în baza 10, se divide cu 11.
- c) Fie numărul $t = \overline{a,(b)} + \overline{b,(c)} + \overline{c,(a)} - \left[\overline{0,a(bc)} + \overline{0,b(ca)} + \overline{0,c(ab)} \right]$.
Arătați că t este număr natural.

Prof. Gabriela LEFTER

Școala Gimnazială „Grigore Moisil” Galați

SOLUȚIE

- a) $c = 10^{2017}(10 + 4) - 59 = \underbrace{14000\dots000}_{2017 \text{ cifre}} = \underbrace{13999\dots99941}_{2015 \text{ cifre}} \dots 1p$
- Suma cifrelor numărului c este $9 + 9 \cdot 2015 = 9 \cdot 2016$ 1p
- Suma se divide cu 9, deci numărul c nu este prim. ... 1p
- b) Din $\overline{ab} = c + 11$ obținem $10a + b = c + 11 \Rightarrow$
 $a = 1$ sau $a = 2$, obținem $b = c + 1$ sau $c = b + 9$... 1p
- $\overline{abc} = \overline{1bc} = 100 + 10b + c = 100 + 10b + b - 1 = 99 + 11b = 11(9 + b)$... 1p
- $\overline{abc} = \overline{2bc} = 200 + 10b + c = 200 + 10b + b + 9 = 209 + 11b = 11(19 + b)$... 1p
- c) $t = a \frac{b}{9} + b \frac{c}{9} + c \frac{a}{9} - \frac{\overline{abc} - a + \overline{bca} - b + \overline{cab} - c}{990}$... 1p
- $= \frac{10a + 10b + 10c}{9} - \frac{110(a + b + c)}{990}$... 1p
- $= \frac{9(a + b + c)}{9} = a + b + c \in \mathbb{N}$ 1p

SUBIECTUL II

a) Comparați numerele a și b știind că

$$a = 7^{2018} - 7^{2017} \cdot 6 - 7^{2016} \cdot 6 - 7^{2015} \cdot 6 - \dots - 7^{1000} \cdot 6 - 7^{999} \cdot 6,$$

$$b = \left(13^2 - 7^{2017} : 7^{2015} + 5^{1^{2008}} \right)^{333}.$$

Prof. Gabriela LEFTER

Școala Gimnazială „Grigore Moisil” Galați

b) Să se determine numerele de forma \overline{abcde} știind că îndeplinesc simultan condițiile: \overline{de} este cub perfect, \overline{cd} este pătrat perfect și $\overline{ab} = \overline{dc}$.

Prof. Mihaela Elena STAN

Școala Gimnazială Nr. 25 Galați

SOLUȚIE

a) $a = 7^{2017}(7 - 6) - 7^{2016} \cdot 6 - 7^{2015} \cdot 6 - \dots - 7^{1000} \cdot 6 - 7^{999} \cdot 6$
 $= 7^{2016}(7 - 6) - 7^{2016} \cdot 6 - 7^{2015} \cdot 6 - \dots - 7^{1000} \cdot 6 - 7^{999} \cdot 6,$... 1p

de unde

$$a = 7^{1000} - 7^{999} \cdot 6 = 7^{999} \quad \dots \quad 1p$$

$$b = (169 - 7^2 + 5)^{333} = 125^{333} = 5^{999} \quad \dots \quad 1p$$

Deci $a > b$... 1p

b) $\overline{de} = x^3 \Rightarrow \overline{de} \in \{27, 64\}$... 1p

$$\overline{cd} = y^2 \Rightarrow \overline{cd} \in \{16, 25, 36, 49, 64, 81\} \quad \dots \quad 1p$$

$$u(y^2) \in \{0, 1, 4, 5, 6, 9\} \text{ și } d \in \{2, 6\}, \text{ deci } d = 6 \quad \dots \quad 1p$$

$$\overline{ab} = \overline{dc} \Rightarrow a = d = 6 \text{ și } b = c \Rightarrow \overline{cd} \in \{16, 36\} \Rightarrow c \in \{1, 3\} \quad \dots \quad 1p$$

$$\overline{abcde} \in \{61164, 63364\} \quad \dots \quad 1p$$

SUBIECTUL III

- a) Să se determine numerele naturale x și y dacă $\frac{1}{x} + \frac{2016}{y} = 2017$.
- b) Să se arate că $\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{40} > 1$.

Prof. Enache PĂTRAȘCU

Colegiul Național „Unirea” Focșani

SOLUȚIE

- a) Dacă $y > 1$, atunci $\frac{2016}{y} \leq 1008$ 1p

Cum

$$\frac{1}{x} \leq 1, \quad \dots \quad 1p$$

atunci

$$\frac{1}{x} + \frac{2016}{y} \leq 1009 \quad (\text{F}) \quad \dots \quad 1p$$

Deci, $y \leq 1$, ... 1p

dar $y \neq 0$, deci:

$$y = 1 \quad \dots \quad 1p$$

Se obține $x = 1$ 1p

- b) $\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{40} = \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{20}\right) + \left(\frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \dots + \frac{1}{30}\right) + \left(\frac{1}{31} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{40}\right)$... 1p
- $$> \frac{10}{20} + \frac{10}{30} + \frac{10}{40} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12} > 1 \quad \dots \quad 2p$$

Notă:

La fiecare dintre cele trei subiecte se acordă câte un punct din oficiu.

Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător.